UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA –FACOLTA' DI INGEGNERIA
Esercitazioni di MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE
Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Anno Accademico 2011/2012

Esercitazione:
SOSPENSIONI LAVATRICE (DA RIPORTARE SUL QUADERNO)

In una lavatrice automatica, il cui schema è rappresentato in fig.1, il cestello perforato che contiene la biancheria è posto all'interno di un involucro stagno, che contiene acqua durante la fase di lavaggio ed è vuoto durante la centrifugazione. Per assorbire l'effetto delle oscillazioni dovute a sbilanciamento del carico durante la centrifugazione, é previsto un sistema di molle e di smorzatori viscosi. In fig.2 è rappresentata la loro disposizione in un piano perpendicolare all'asse di rotazione.

Siano:

- m la massa delle parti rotanti attorno all'asse del cestello, compresa la biancheria.
- M la massa totale sospesa.
- e l'eccentricità massima delle masse rotanti.
- n velocità di centrifugazione.

Si richiede di determinare le costanti k delle molle e le costanti c degli smorzatori viscosi in modo che, in condizioni di risonanza, l'ampiezza di oscillazione; in ogni direzione, non sia maggiore di X. Si ammetta che ogni punto dell'involucro si muova in piano perpendicolare all'asse di rotazione del cestello.

DATI

Somma ultime due cifre N. matr.	0-4	5-9	10-15	16-18
m (kg)	10	12	8	5
M (kg)	25	30	20	15
e (mm)	20	18	22	16
n (rpm)	500	450	500	480
X (mm)	10	12	8	8

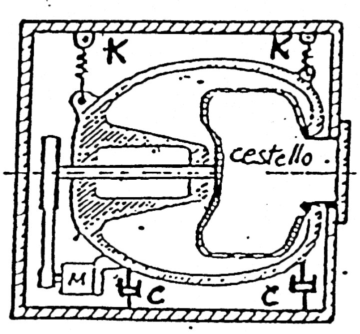

Fig.1

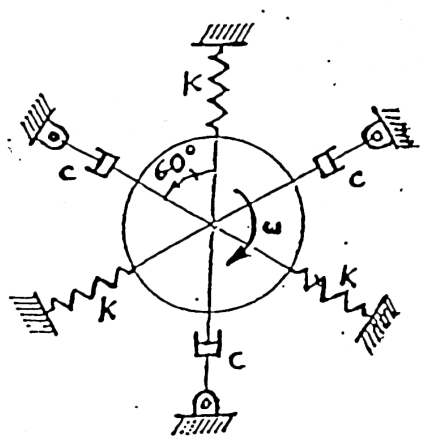

Fig.2

Scegliamo un sistema di coordinate come mostrato in figura 2.

Consideriamo un piccolo spostamentoin direzione x. La molla 1 si allunga, la molla 3 si comprime e la molla 2 è soggetta ad una variazione di lunghezza trascurabile. Le forze delle molle sono in prima approssimazione come indicato in figura 3.

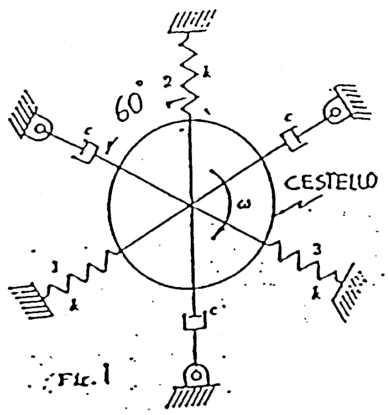

Fig. 1

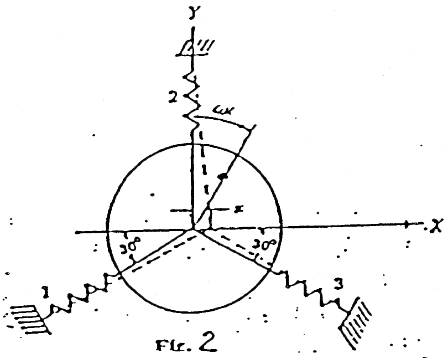

Fig. 2

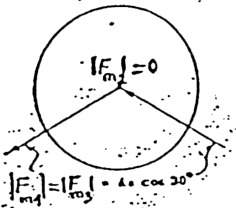

Fig. 3

La risultante delle forze delle molle nella direzione x è:

$$|F_m| = 2 \cdot \cos 30° \cdot kx \cdot \cos 30° = 1{,}5\, kx$$

In altre parole l'effettiva costante elastica delle molle nella direzione x è 1.5k.

Lo stesso tipo di analisi porta allo stesso valore della costante elastica effettiva in direzione y:

$$|F_m| = ky + 2k \cos 60° \cdot \cos 60°\, y = 1{,}5\, ky$$

Analizzando allo stesso modo le forze dovute agli smorzatori in direzione x e y troviamo:

- in direzione x

$$|F_s| = 2c\dot{x} \cos 30° \cos 30° = 1{,}5\, c\dot{x}$$

- in direzione y

$$|F_s| = c\dot{y} + 2c\dot{y} \cos 60° \cos 60° = 1{,}5\, c\dot{y}$$

Quindi il fattore di smorzamento effettivo del sistema in direzione x e y è 1.5c.

Dato che tutti i coefficienti delle equazioni differenziali del moto in direzione x e y sono uguali è sufficiente analizzare una sola equazione. Tale equazione, ad esempio quella in direzione y, è :

massa totale [illegible] sospesa

$$M\ddot{y} + 1{,}5\, c\dot{y} + 1{,}5\, ky = me\omega^2 \sin \omega t$$

$$y = Y \sin(\omega t - \psi) \quad ; \quad \tan\psi = \frac{2\zeta\omega/\omega_n}{1-(\omega/\omega_n)^2}$$

l'ampiezza dell' oscillazione sarà :

$$Y = \frac{me\omega^2/M\omega_n^2}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \qquad (1)$$

La forza trasmessa al telaio è data da:

$$T_0 = M\omega_m^2 Y \sqrt{1 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}$$

e sostituendo a Y

$$\frac{T_0}{m\omega^2 e} = \frac{\sqrt{1+(2\xi\,\omega/\omega_n)^2}}{\sqrt{\left[1-(\omega/\omega_n)^2\right]^2+(2\xi\,\omega/\omega_n)^2}}$$

per avere basso tale rapporto deve essere $(\omega/\omega_n)^2 > 2$. Assumiamo di tentativo un valore $\omega/\omega_n = 3$ (per avere bassa trasmissibilità) e dimensioniamo $\bar{k}$ e $\bar{c}$.

Essendo: $\omega_n = \sqrt{\frac{\bar{k}}{M}} = \sqrt{\frac{1{,}5\,k}{M}}$ $\qquad 1{,}5\,k = M\omega_n^2 = M\left(\frac{\omega}{3}\right)^2$

da cui k.

Dimensioniamo ora lo smorzatore, calcolando il fattore di smorzamento $\bar{c}$, affinchè in condizioni di risonanza l'ampiezza delle oscillazioni non superi il valore $\bar{Y}$ $(=\bar{X})$ imposto.

In condizioni di risonanza l'ampiezza di oscillazione è data dalla (1) ove si ponga $\omega/\omega_n = 1$:

$$Y = \frac{me/M}{2\xi} = \frac{me/M}{\bar{c}/M\omega_n} = \frac{me\,\omega_n}{\bar{c}} \qquad \text{ricordando che} \qquad 2\xi = \frac{\bar{c}}{M\omega_n}$$

Deve essere $Y < \bar{Y}$ quindi troviamo il valore minimo di $\bar{c}$ dalla

$$\frac{me\,\omega_n}{\bar{c}} \leq \bar{Y}, \qquad \bar{c} \geq \frac{me\,\omega_n}{\bar{Y}}$$

e quindi

$$c = \frac{\bar{c}}{1{,}5}$$