UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PARMA –FACOLTA' DI INGEGNERIA

Esercitazioni di MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Anno Accademico 2011/2012

Esercitazione:

PARANCO ELETTRICO

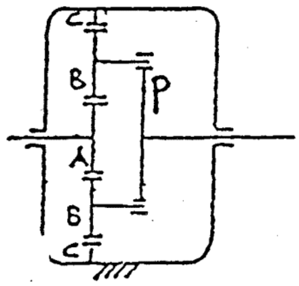
(DA RIPORTARE SUL QUADERNO)

Sia dato il paranco elettrico, rappresentato nello schema allegato, in cui il carico è sollevato da una puleggia mobile. Si calcoli, secondo i dati forniti, la potenza del motore e si esegua il dimensionamento cinematico del riduttore interposto tra motore e tamburo.

Elenco dei simboli

Q (kN)	=	carico da sollevare
D_T (mm)	=	diametro del tamburo
η	=	rendimento del paranco
τ	=	rapporto di trasmissione del riduttore
i	=	numero dei satelliti
v_s (m/1')	=	velocità di sollevamento
n_m (rpm)	=	numero di giri del motore
N_m (kW)	=	potenza del motore
$z_a, z_b, z_c, ..$	=	numero di denti delle ruote

Schema di svolgimento



1. Si calcola la potenza motrice N_m necessaria. Si sceglie il motore tra quelli indicati.

$$N_m = \frac{Q \cdot v_s}{60 \cdot \eta}$$

2. Si determina il valore del rapporto di trasmissione globale t. Si suddivide τ nei rapporti parziali τ_1 e τ_2.

$$\tau = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot v_s}{\pi \cdot n_m \cdot D_T}$$

3. Si esegue il dimensionamento cinematico dei due rotismi epicicloidali in serie secondo le seguenti espressioni:

$$\tau_1 = \frac{z_A}{z_A + z_C} \qquad z_A + 2z_B = z_C \qquad z_A + z_C = Ci$$

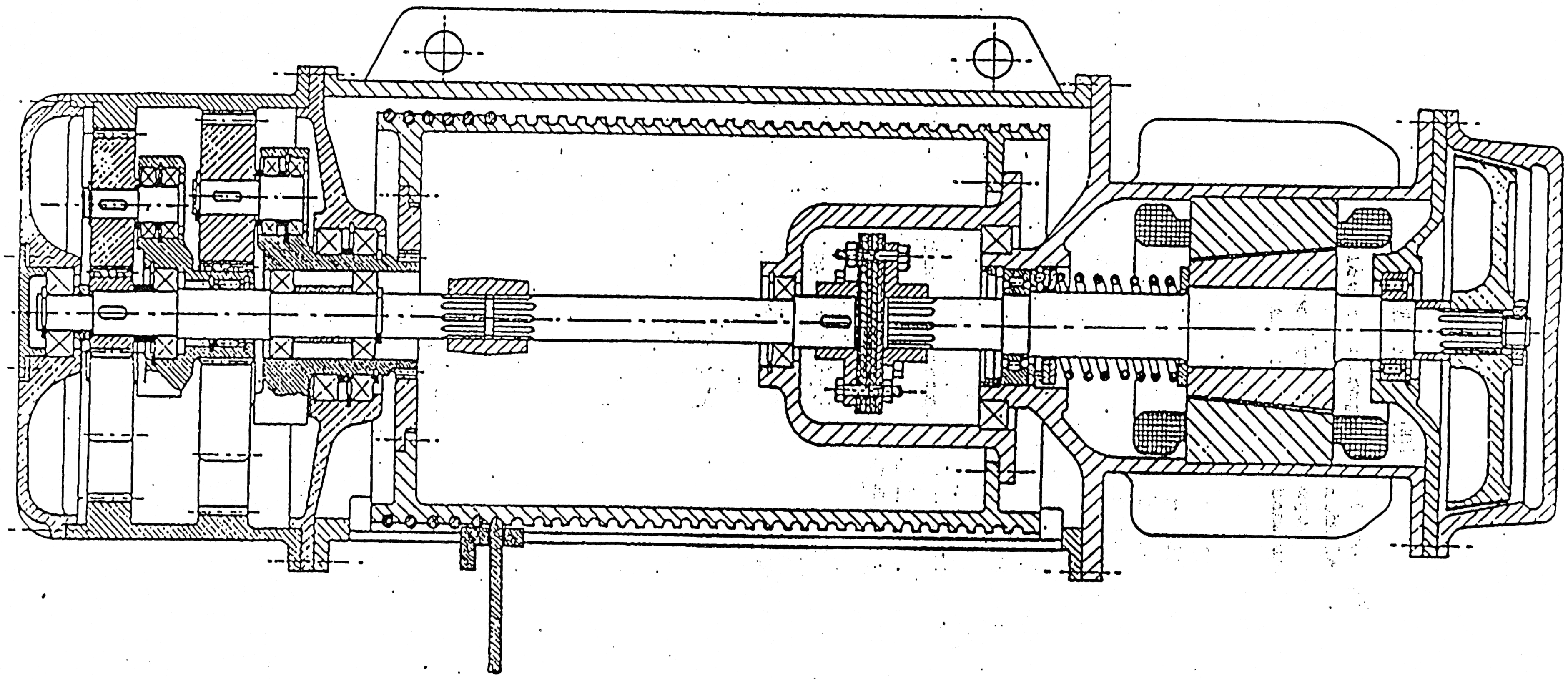
Si tenga conto della condizione di non interferenza.

Dati

Somma ultime due cifre del N. matricola	0-4	5-9	10-14	15-18
Q (kN)	20	32	50	80
D_T (mm)	320	320	400	450
v_s (m/1')	16	16	10	10
n_m (rpm)	1450	1450	700	700
η	0,8	0,8	0,8	0,8

La potenza effettiva del motore è da scegliersi fra i valori seguenti:

N_m (kW): 1,5 - 3 - 4,2 - 5,1 - 8 - 10,5 - 12,5 - 16,5 - 22



Paranco elettrico

Traccia di soluzione

②

DIMENSIONAMENTO

Si calcola innanzitutto la potenza necessaria a sollevare il carico:

Trasformo V_S in m/s $\qquad V_S = \frac{10\ m}{min} \cdot \frac{min}{60\ s} = 0,1\bar{6}\ m/s$

Pertanto $N_m = \frac{Q \cdot V_S}{\eta} = \frac{0,1\bar{6} \cdot 50 \cdot 10^3}{0,8} = 10,42\ KW$

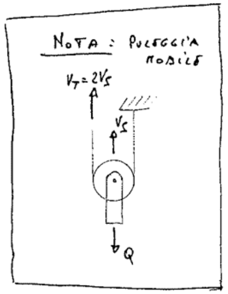
Tra i motori proposti scegliamo quello capace di $\underline{10,5\ KW}$.

Si determina ora il rapporto di trasmissione GLOBALE:

$\tau = \frac{\omega_{TAMBURO}}{\omega_{MOTORE}} \qquad D_T = 400\ mm \cdot \frac{m}{10^3\ mm} = 0,4\ m$

$\omega_{TAMBURO} = \frac{V_T}{D_T/2} = \frac{2 \cdot V_S}{D_T/2} = \frac{4 \cdot V_S}{D_T} = \frac{4 \cdot 0,1\bar{6}}{0,4} = 1,\bar{6}\ rad/s$

VEDI NOTA



Poiché il carico viene sollevato attraverso una puleggia mobile, mentre il paranco tira su la corda, allora $V_T = 2\ V_S$.

$\omega_{MOTORE} = \frac{n_m \cdot 2\pi}{60} = \frac{700 \cdot 2\pi}{60} = 73,30\ rad/s$

Quindi $\tau = \frac{\omega_T}{\omega_M} = \frac{1,\bar{6}}{73,30} = 0,0227$

Si suddivide questa quantità nei due rapporti parziali di riduzione τ_1 e τ_2 dei rotismi epicicloidali in serie:

$\tau = \tau_1 \cdot \tau_2 \quad$ ove $\tau_1 = \frac{\omega_P}{\omega_A} \qquad \tau_2 = \frac{\omega_T}{\omega_P}$ secondo i simboli adottati nello schema e dove $\omega_A = \omega_{MOTORE}$.

③

PARANCO

Applicando la formula $\tau_i = \sqrt[n]{\tau_{TOT}} \Rightarrow \tau_1 = \tau_2 = \sqrt{\tau} = 0,1508$

Assumiamo $\tau_1 = 0,150$ e $\tau_2 = 0,151$.

1° ROTISMO

Applicando la formula di Willis e riferendoci alle lettere usate nello schema abbiamo:

$\tau_{01} = \frac{\omega_C - \omega_P}{\omega_A - \omega_P}$ essendo τ_{01} il rapporto di trasmissione del corrispondente rotismo ordinario,

risulta anche $\tau_{01} = -\frac{z_A}{z_C}$ (il segno (-) è dovuto al fatto che nel rotismo ordinario le ruote A e C ruoterebbero con versi discordi).

Pertanto, essendo anche $\omega_C = 0$ si ha:

$$-\frac{\omega_P}{\omega_A - \omega_P} = -\frac{z_A}{z_C} \Rightarrow \frac{\omega_P}{\omega_A - \omega_P} = \frac{z_A}{z_C}$$

Il rapporto di trasmissione del primo rotismo è dato da:

$\tau_1 = \frac{\omega_P}{\omega_A} \quad$ quindi: $\quad z_C \cdot \omega_P = z_A(\omega_A - \omega_P) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_P} - 1 = \frac{z_C}{z_A} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_P} = \frac{z_C}{z_A} + 1 = \frac{z_C + z_A}{z_A} \Rightarrow \boxed{\tau_1 = \frac{z_A}{z_C + z_A}} \quad (1)$$

Essendo la geometria del rotismo tale che:

$d_{PA} + 2\,d_{PB} = d_{PC} \Rightarrow$ dato che vale la relazione $\boxed{\frac{D_1}{D_2} = \frac{z_1}{z_2}}$ Diametro primitivo

(diametro primitivo)

Allora:

$$\cancel{d_{PB}}\left(\frac{z_A}{z_B}\right) + 2\,\cancel{d_{PB}} = \cancel{d_{PB}}\left(\frac{z_C}{z_B}\right) \Rightarrow \boxed{z_A + 2z_B = z_C} \quad (2)$$

Se con i abbiamo indicato il numero dei satelliti, allora si impone che ad una rotazione $\underbrace{\theta_P = \frac{2\pi}{i}}$ del portasatellite P, il sistema dopo tale rotazione è in una configurazione indistinguibile dalla precedente corrisponde una rotazione $\Theta_A = \frac{\Theta_P}{\tau_1}$ della ruota A pari ad un numero intero C di passi della ruota A.

Risulta pertanto: $\Theta_A = \frac{\Theta_P}{\tau_1} = \frac{2\pi}{i\,\tau_1} = \frac{2\pi}{i}\left(\frac{z_A + z_C}{z_A}\right)$ ed.

inoltre: $R_A\,\Theta_A = C\,P_A \Rightarrow \cancel{R_A} \cdot \frac{2\pi}{i}\left(\frac{z_A+z_C}{z_A}\right) = C \cdot \frac{2\pi \cancel{R_A}}{z_A}$

con $R_A = \frac{d_{PA}}{2}$. Otteniamo: $\boxed{z_A + z_C = C \cdot i}$ (3)

Quest'ultima espressione sarà utilizzata soltanto per verifica, una volta dimensionato cinematicamente il rotismo.

Dalla formula (1) sappiamo che:

$$\tau_1 = \frac{z_A}{z_A + z_C} = \frac{z_A/z_B}{\frac{z_A}{z_B} + \frac{z_C}{z_B}} = \frac{\tau_1'}{\tau_1' + \frac{1}{\tau_1''}} \quad \text{se con} \quad \tau_1' = z_A/z_B$$

e $\tau_1'' = z_B/z_C$ indichiamo i rapporti di trasmissione delle coppie di ruote A-B e B-C coniugate.

Inoltre, dalla (2) sappiamo che:

$$z_A + 2z_B = z_C \Rightarrow \frac{z_A}{z_B} + 2 = \frac{z_C}{z_B} \Rightarrow \tau_1' + 2 = \frac{1}{\tau_1''}$$

Possiamo pertanto impostare il seguente sistema:

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{\tau_1'}{\tau_1' + 1/\tau_1''} \\ \tau_1' + 2 = \frac{1}{\tau_1''} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} \tau_1' &= \frac{2\tau_1}{1 - 2\tau_1} \\ \tau_1'' &= \frac{1 - 2\tau_1}{2(1-\tau_1)} \end{aligned}}$$

Avendo scelto nel nostro caso $\tau_1 = 0{,}150$ otteniamo:

$$\tau_1' = \frac{2 \cdot 0{,}150}{1 - 2 \cdot 0{,}150} = 0{,}428 \qquad \tau_1'' = \frac{1 - 2 \cdot 0{,}150}{2(1 - 0{,}150)} = 0{,}412$$

La condizione di non interferenza (assumendo un angolo di pressione pari a $\alpha = 20°$) ci permette di valutare il numero minimo di denti:

$$z_{(AB)min} = \frac{2\,\tau_1'}{-1 + \sqrt{1 + \tau_1'(2 + \tau_1')\sin^2\alpha}} \;;$$

$$z_{(BC)min} = \frac{-2\,\tau_1''}{-1 + \sqrt{1 - \tau_1''(2 - \tau_1'')\sin^2\alpha}}$$

(il (-) sul τ_1'' si pone perché la dentatura è INTERNA).

Quindi: $$z_{(AB)min} = \frac{2 \cdot 0{,}428}{-1 + \sqrt{1 + 0{,}428(2 + 0{,}428) \cdot \sin^2 20°}} = 14{,}499 \text{ denti.}$$

$$z_{(BC)min} = \frac{-2 \cdot 0{,}412}{-1 + \sqrt{1 - 0{,}412(2 - 0{,}412) \cdot \sin^2 20° - 1}} = 21{,}113 \text{ denti.}$$

A questo punto è possibile fissare il numero di denti della ruota A (più piccola) in modo da evitare l'interferenza $(z_A > z_{(AB)min})$.

Assumiamo $z_A = 17$ denti $\Rightarrow$ dalla (1) ricaviamo:

$$\tau_1 = \frac{z_A}{z_A + z_C} \Rightarrow \tau_1(z_A + z_C) = z_A \Rightarrow z_C = \frac{z_A}{\tau_1} - z_A = z_A\left(\frac{1 - \tau_1}{\tau_1}\right)$$

pertanto $z_C = z_A\left(\frac{1-\tau_1}{\tau_1}\right) = 17\left(\frac{1 - 0{,}150}{0{,}150}\right) = 96{,}33$ denti.

Assumiamo $z_C = 97$ denti.

Dalla (2) si ricava $z_B = \frac{z_C - z_A}{2} = \frac{97 - 17}{2} = 40$ denti.

Tale valore risulta in accordo con il fatto che deve essere maggiore sia di $Z_{(AB)\,min}$ che di $Z_{(BC)\,min}$.

Controlliamo ora che risulti soddisfatta la relazione (3):

$$C = \frac{Z_A + Z_C}{i} = \text{nell'ipotesi che sia } i=2 = \frac{97+17}{2} = 57$$

risulta verificato che C è un numero intero.

Calcoliamo ora il rapporto di trasmissione effettivo $\overline{\tau_1}$

$$\overline{\tau_1} = \frac{Z_A}{Z_A+Z_C} = \frac{17}{17+97} = \frac{17}{114} = 0{,}149 .$$

L'errore percentuale rispetto al valore τ_1 che avevamo stabilito è:

$$100 \cdot \frac{0{,}150 - 0{,}149}{0{,}150} = 0{,}66\ \%$$

2° ROTISMO

In maniera analoga alla precedente si esegue il dimensionamento cinematico del 2° rotismo in serie con il primo, per il quale risulta però

$$\tau_2 = \frac{\tau}{\overline{\tau_1}} = \frac{0{,}0227}{0{,}149} = 0{,}152$$

Pertanto risulta:

$$\tau_2' = \frac{2\cdot\tau_2}{1-2\tau_2} = 0{,}437$$ Rapporto di trasmissione delle ruote D - E

$$\tau_2'' = \frac{1-2\tau_2}{2(1-\tau_2)} = 0{,}410$$ Rapporto di trasmissione delle ruote E - F

Quindi il numero minimo di denti sarà:

$$Z_{(DE)\,min} = \frac{2\cdot 0{,}437}{-1+\sqrt{1+0{,}437(2+0{,}437)\sin^2 20°}} = 14{,}45 \text{ denti}$$

$$Z_{(EF)\,min} = \frac{-2\cdot 0{,}410}{-1+\sqrt{1-0{,}410(2-0{,}410)\cdot\sin^2 20°}} = 21{,}088 \text{ denti}$$

Assunto $Z_D = 18$ denti $\Rightarrow Z_F = 18 \cdot \frac{1-0{,}152}{0{,}152} = 100$ denti

$$Z_E = \frac{100-18}{2} = 41 \text{ denti}$$ (verifica la condizione su Z_{MIN})

È anche verificato che C è un numero intero, infatti:

$$C = \frac{100+18}{2} = 59$$

Il rapporto di trasmissione effettivo è $\overline{\tau_2}$

$$\overline{\tau_2} = \frac{Z_D}{Z_D+Z_F} = \frac{18}{100+18} = 0{,}152$$

che coincide con quello assegnato.

RISULTATI FINALI

1° ROTISMO	2° ROTISMO
$\overline{\tau_1} = 0{,}149$	$\overline{\tau_2} = 0{,}152$
$Z_A = 17$ denti	$Z_D = 18$ denti
$Z_B = 40$ denti	$Z_E = 41$ denti
$Z_C = 97$ denti	$Z_F = 100$ denti

$$\overline{\tau_1} \cdot \overline{\tau_2} = 0{,}0227 = \tau$$