UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA ï FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esercitazioni di **MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE**
Corso di Laurea in Ing. Meccanica

Esercitazione n° 7 Anno Accademico 2008/09

GUIDA DI FAIRBAIRN

La guida di Fairbairn (fig. 1) è un meccanismo costituito da un manovellismo a glifo oscillante al quale, tramite l'asta CD, è collegato il corsoio D, mobile lungo una direzione assegnata.
Quando la manovella AB ruota intorno ad A, il glifo oscilla tra due posizioni estreme, nelle quali il suo asse risulta tangente in B_1 e B_2 alla circonferenza descritta da B, mentre il corsoio D va da D_1 a D_2 e viceversa. Il meccanismo è quindi in grado di trasformare un moto rotatorio in un moto oscillatorio.

Se la manovella AB ruota con velocità angolare ω costante, il punto B descrive archi uguali in tempi uguali e quindi percorre l'arco $B_1B'B_2$ in un tempo maggiore di quello impiegato per percorrere l'arco $B_2B''B_1$. Conseguentemente la corsa di andata del corsoio da D_1 a D_2 viene compiuta in un tempo maggiore di quello relativo alla corsa di ritorno da D_2 a D_1. Questa caratteristica viene sfruttata in alcune macchine utensili, come le limatrici, nelle quali tale meccanismo permette di realizzare una corsa di lavoro a velocità assegnata ed una corsa di ritorno a velocità superiore.

Determiniamo la velocità del corsoio D (fig.2). Adotteremo la rappresentazione convenzionale della velocità per mezzo dei vettori ruotati, esprimendone l'intensità a meno di ω. In tali condizioni la velocità assoluta di B è rappresentata dal vettore (B-A):

$$\boldsymbol{v}_B = (B - A)$$

D'altra parte si ha:

$$\boldsymbol{v}_B = \boldsymbol{v}_{Br} + \boldsymbol{v}_{Bt}$$

essendo $\boldsymbol{v}_{Br}$ la velocità relativa del corsoio B rispetto al glifo e $\boldsymbol{v}_{Bt}$ la velocità di trascinamento di B, pensato solidale con il glifo. Secondo la convenzione fatta la velocità di trascinamento è diretta lungo l'asse del glifo, mentre quella relativa è perpendicolare ad esso. Scomponendo la $\boldsymbol{v}_B$ secondo queste direzioni otteniamo $\boldsymbol{v}_{Bt}$ e $\boldsymbol{v}_{Br}$. Detta Ω la velocità angolare con cui il glifo oscilla attorno ad O, si ha:

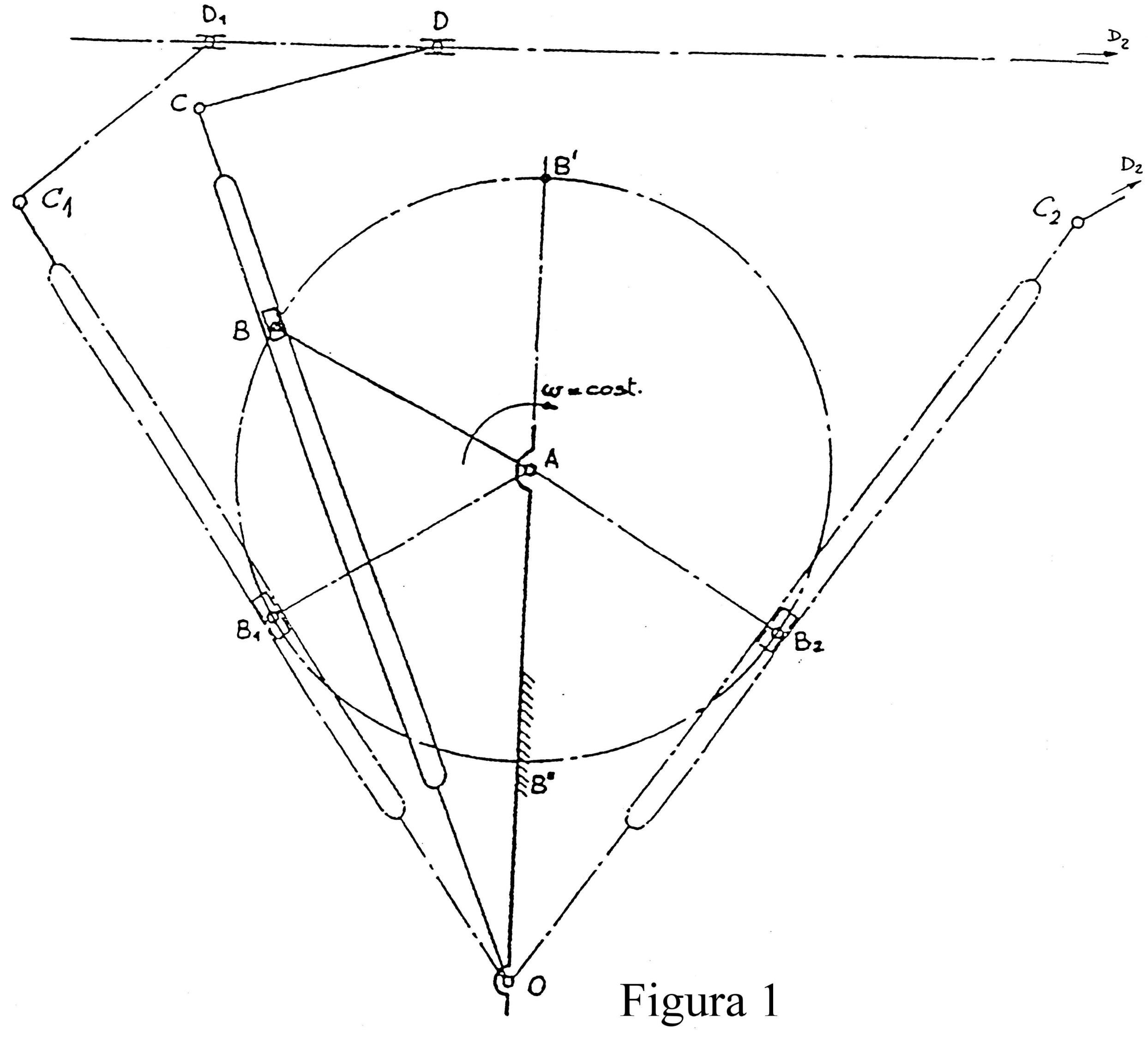

Figura 1

$$v_{Bt} = \Omega \cdot \overline{OB} \tag{1}$$

Analogamente la velocità del punto C, che si muove solidalmente con il glifo, si può esprimere come:

$$v_C = \Omega \cdot \overline{OC} \tag{2}$$

Confrontando le (1) e (2) si ottiene:

$$v_C = v_{Bt} \cdot \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}} \tag{3}$$

Ribaltiamo ora la $\boldsymbol{v}_{Bt}$ attorno a B sulla normale all'asse del glifo e prolunghiamo la congiungente OI fino ad intersecare in Y la parallela ad IB per C. Dai triangoli simili OIB e OYC si ha:

$$\frac{\overline{IB}}{\overline{YC}} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OC}}$$

quindi:

$$\overline{YC} = \overline{IB} \cdot \frac{\overline{OC}}{\overline{OB}}$$

ma poichè $\overline{IB} = v_{Bt}$ risulta:

$$\overline{YC} = v_C$$

Ribaltando YC sulla direzione OC otteniamo il vettore $\boldsymbol{v}_C$, diretto, ovviamente, come $\boldsymbol{v}_{Bt}$. Osserviamo ora che la velocità di D si può esprimere come:

$$\boldsymbol{v}_D = \boldsymbol{v}_{DC} + \boldsymbol{v}_C$$

essendo $\boldsymbol{v}_{DC}$ la velocità relativa di D rispetto a C. La direzione di $\boldsymbol{v}_{DC}$ è, secondo la convenzione, quella di CD, mentre $\boldsymbol{v}_D$ è diretto perpendicolarmente alla direzione del moto del corsoio D.
Basta allora mandare per l'origine di $\boldsymbol{v}_C$ la normale alla direzione del moto di D per riconoscere che essa taglia su CD un segmento rappresentante $\boldsymbol{v}_{DC}$, che, sommato vettorialmente a $\boldsymbol{v}_C$, fornisce la velocità $\boldsymbol{v}_D$ cercata.

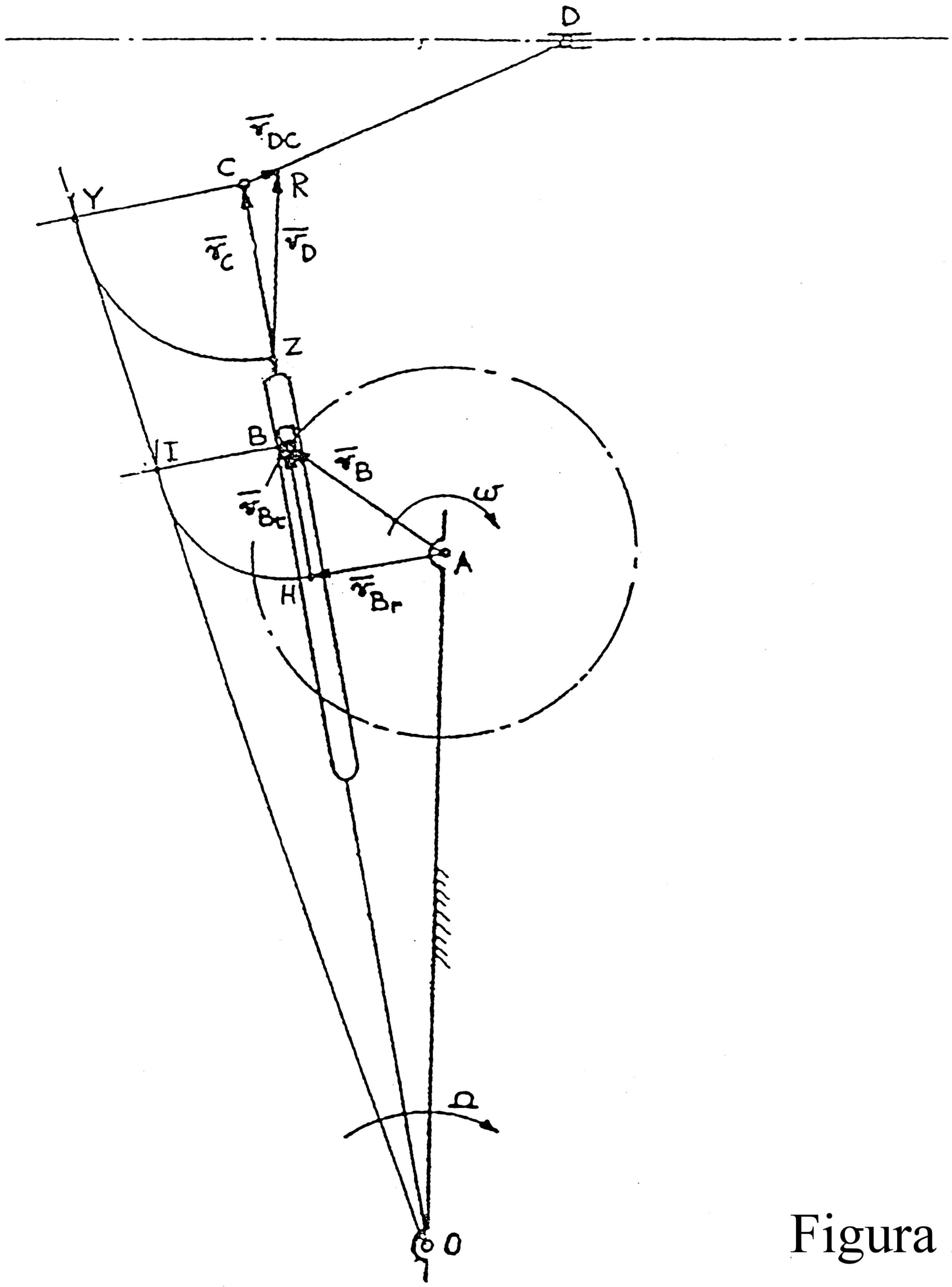
D
$\overline{v}_{DC}$
C
R
Y
$\overline{v}_C$
$\overline{v}_D$
Z
B
I
$\overline{v}_B$
ω
$\overline{v}_{Bt}$
A
H
$\overline{v}_{Br}$
Ω
O

Figura 2

Determiniamo ora l'accelerazione di D (fig.3). Convenendo di rappresentare le accelerazioni a meno di ω^2, avremo che l'accelerazione totale di B, se ω è costante, sarà rappresentata dal vettore (A-B). D'altra parte, come noto, si può scrivere:

$$\boldsymbol{a}_B = \boldsymbol{a}_{Br} + \boldsymbol{a}_{Bt} + \boldsymbol{a}_{Bc} \tag{4}$$

dove:

$\boldsymbol{a}_B$ = accelerazione totale di B
$\boldsymbol{a}_{Br}$ = accelerazione relativa di B
$\boldsymbol{a}_{Bt}$ = accelerazione di trascinamento di B
$\boldsymbol{a}_{Bc}$ = accelerazione di Coriolis di B

L'accelerazione relativa $\boldsymbol{a}_{Br}$ si riferisce al moto rettilineo del corsoio B entro il glifo e quindi è diretta lungo l'asse di questo. L'accelerazione di trascinamento $\boldsymbol{a}_{Bt}$ è quella che il corsoio avrebbe se fosse solidale con il glifo, che oscilla attorno ad O con velocità angolare Ω. Pertanto $\boldsymbol{a}_{Bt}$ avrà in generale una componente normale:

$$a_{Btn} = \frac{v_{Bt}^2}{\overline{OB}} = \Omega^2 \cdot \overline{OB}$$

diretta lungo l'asse del glifo, ed una componente tangenziale:

$$a_{Bt_t} = \dot{\Omega} \cdot \overline{OB}$$

diretta normalmente alla prima.

Per la determinazione di $\boldsymbol{a}_{Bt_n}$ (fig.3) si ricorre alla costruzione grafica già illustrata altrove, ricordando che la v_{Bt} è rappresentata dal segmento BH. Si ottiene in tal modo:

$$\boldsymbol{a}_{Bt_n} = (L - B)$$

La componente tangenziale, che dovremo tracciare di seguito a quella normale, giace sulla perpendicolare KL all'asse del glifo. Tale perpendicolare interseca in M la manovella AB e determina il triangolo rettangolo BLM, chiaramente simile al triangolo BHA. Da tale similitudine si ha:

$$\frac{\overline{BL}}{\overline{BH}} = \frac{\overline{LM}}{\overline{HA}}$$

ossia:

$$\frac{v_{Bt}^2}{\overline{OB} \cdot v_{Bt}} = \frac{\overline{LM}}{v_{Br}}$$

e, in definitiva:

$$\overline{LM} = \frac{v_{Br} \cdot v_{Bt}}{\overline{OB}} = v_{Br} \cdot \Omega \qquad (5)$$

Osserviamo ora che l'accelerazione complementare (di Coriolis)

$$\boldsymbol{a}_{Bc} = 2\boldsymbol{\Omega} \wedge \boldsymbol{v}_{Br}$$

ha modulo

$$a_{Bc} = 2\Omega v_{Br}$$

direzione perpendicolare a v_{Br} e verso rivolto dalla parte di A. Mandiamo quindi da A la perpendicolare alla direzione reale di v_{Br}, cioè all'asse OB, e su questo prendiamo un segmento $\overline{NA} = 2\overline{LM}$. Tenendo conto della (5) e di quanto detto sopra, si vede che il vettore (A-N) è l'accelerazione complementare $\boldsymbol{a}_{Bc}$.

Restano da determinare $\boldsymbol{a}_{Bt_t}$ e $\boldsymbol{a}_{Br}$ delle quali sono note la direzione e l'origine, per la prima, e la direzione ed il vertice per la seconda. Infatti $\boldsymbol{a}_{Bt_t}$ deve giacere su LM e avere origine in L, mentre $\boldsymbol{a}_{Br}$ deve stare sulla parallela ad OB per N ed avere il vertice in N. D'altra parte, il vertice della prima deve coincidere con l'origine della seconda e quindi risulta chiaro che il punto P, intersezione delle suddette rette, determina le componenti cercate:

$$\boldsymbol{a}_{Bt_t} = (P - L) \qquad \boldsymbol{a}_{Br} = (N - P)$$

L'accelerazione di trascinamento $\boldsymbol{a}_{Bt}$ è data dal vettore (P-B), che, sommato ai vettori $(N - P) = \boldsymbol{a}_{Br}$ e $(A - N) = \boldsymbol{a}_{Bc}$ dà il vettore $(A - B) = \boldsymbol{a}_B$, verificando la (4).

Consideriamo ora il punto C. La sua accelerazione $\boldsymbol{a}_C$ è solo di trascinamento, forma con OC lo stesso angolo che la $\boldsymbol{a}_{Bt}$ forma con OB ed è proporzionale, in modulo, ad OC secondo la relazione:

$$a_c = \frac{a_{Bt}}{\overline{OB}} \cdot \overline{OC} \qquad (6)$$

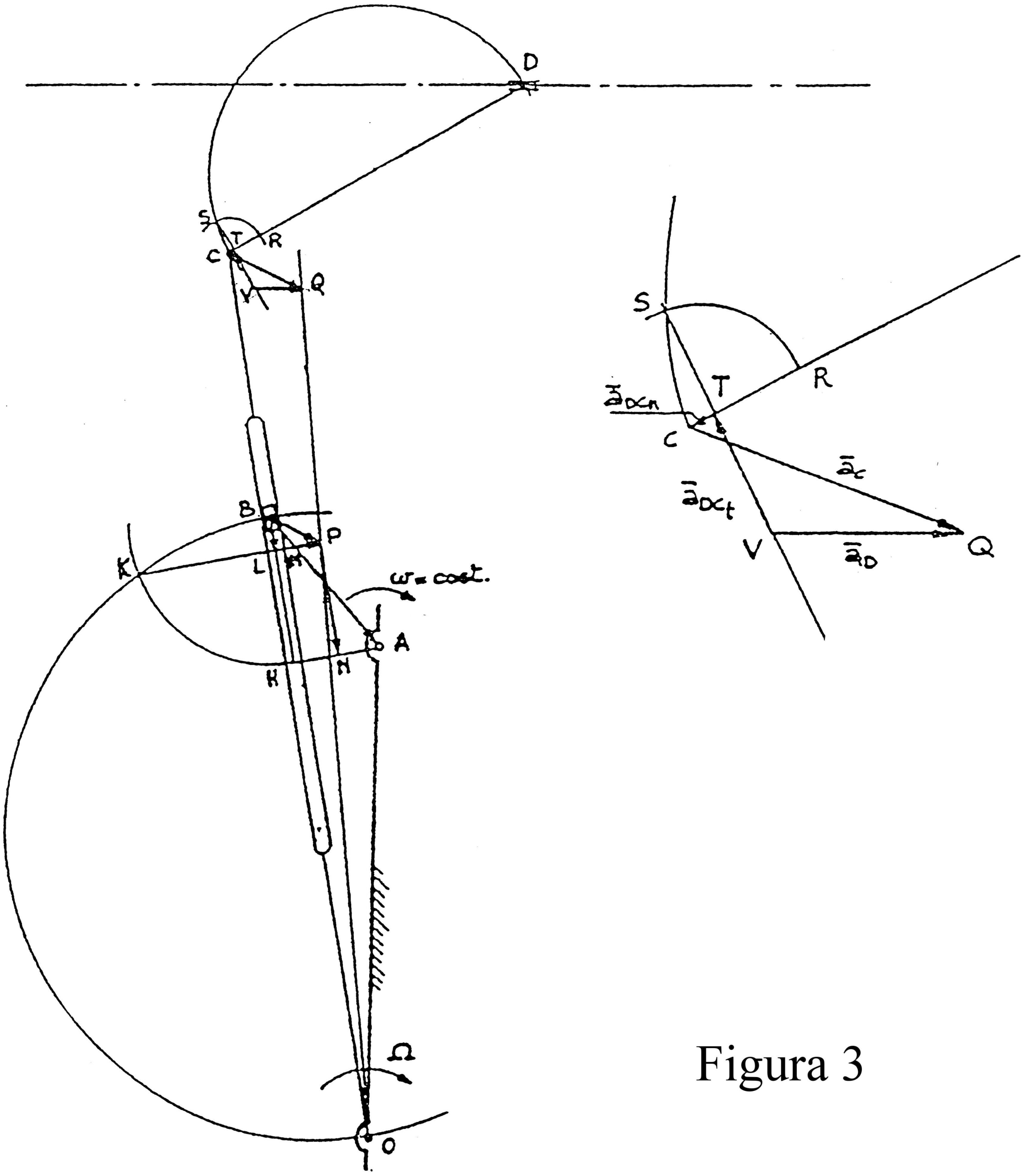

Figura 3

Se da C conduciamo la parallela a BP e su questa proiettiamo da O il punto P in Q, otteniamo i due triangoli simili OBP e OCQ, per i quali risulta:

$$\frac{\overline{BP}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CQ}}{\overline{OC}}$$

da cui, per la (6):

$$\overline{CQ} = \frac{\overline{BP}}{\overline{OB}} \cdot \overline{OC} = \frac{a_{Bt}}{\overline{OB}} \cdot \overline{OC} = a_C$$

Nota $\boldsymbol{a}_C$ l'accelerazione di D si può esprimere come:

$$\boldsymbol{a}_D = \boldsymbol{a}_{DC} + \boldsymbol{a}_C \tag{7}$$

essendo $\boldsymbol{a}_{DC}$ l'accelerazione di D rispetto a C.

Quest'ultima si scinde nelle sue componenti normale e tangenziale, la prima delle quali si determina graficamente con la nota costruzione già vista. Si ricorre, in questo caso, ai risultati delle precedenti costruzioni per la ricerca della velocità di D, dai quali si trae il valore di v_{DC} relativo alla medesima posizione del corsoio.

Determinata $\boldsymbol{a}_{DC_n} = (C - T)$, si manda per T la normale a CD e se ne trova l'intersezione V con la parallela all'asse del moto di D tracciata per l'estremo Q di $\boldsymbol{a}_C$. Si riconosce subito che il vettore (T-V) è la componente tangenziale $\boldsymbol{a}_{DC_t}$ e che il vettore (Q-V), somma di $(T - V) = \boldsymbol{a}_{DC_t}$, $(C - T) = \boldsymbol{a}_{DC_n}$ e $(Q - C) = \boldsymbol{a}_C$, non è altro che l'accelerazione $\boldsymbol{a}_D$ cercata.

(Ricordiamo che $a_{DC_n} = \frac{v_{CD}^2}{\overline{CD}}$)

FORZE NELLA GUIDA DEL FAIRBAIRN

Sia dato un meccanismo con glifo oscillante del tipo rappresentato in figura. Si calcoli il momento motore che occorre applicare alla manovella 1 per equilibrare la forza resistente **Q** nota, applicata al corsoio 5.