

Calcolo e dimensionamento del volano

Sia dato il meccanismo della pagina precedente funzionante in condizioni di regime periodico con periodo $T = \frac{2\pi}{\Omega_m}$

Sulla slitta 4 agisce la sola forza Q , supposta costante, durante la fase di discesa della slitta stessa (fase di lavoro del meccanismo: arco A_1A_2 valutato nel senso del moto della manovella 1) (v. fig.2).

Il momento motore M_m sulla manovella 1 sia costante. Dati la velocità angolare media Ω_m della manovella ed il grado di irregolarità δ , determinare il momento d'inerzia J_v del volano (calettato sull'albero della manovella 1) e le sue dimensioni di massima per rispettare il grado di irregolarità richiesto.

Siano trascurabili, in prima approssimazione, le azioni d'inerzia dei membri del meccanismo rispetto alle azioni dovute alla forza resistente Q .

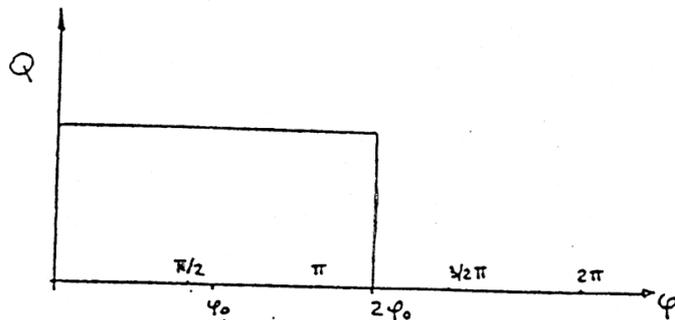


Figura 2

DATI

$Q = 1500 \text{ N}$
 $\delta = \frac{1}{20}$
 $O_3C = a = 45 \text{ mm}$
 $O_1O_3 = b = 120 \text{ mm}$
 $O_1A = r$

Somma ultime due cifre del N. matricola	0-2	3-6	7-10	11-14	15-18
r/b	0,16	0,20	0,25	0,30	0,33
Ω_m (rad/s)	26	23	20	18	15

Il momento resistente sulla manovella 1 dovuto alla forza resistente Q , in una posizione generica del meccanismo nella corsa di discesa della slitta, vale:

$$M_{r1} = M_{r3} \frac{\Omega_3}{\Omega_1} \quad \text{dove } M_{r3} = Q \cdot a = \text{costante}$$

L'andamento del rapporto di trasmissione Ω_3/Ω_1 durante il periodo $0 + 2\pi$ sia noto. (Determinabile per via analitica o per punti in via grafica). L'andamento sia quello riportato nella figura 3. E' perciò immediato il calcolo del momento resistente M_{r1} per ogni posizione del meccanismo; il suo andamento è riportato nel diagramma di fig.4.

L'energia cinetica del meccanismo vale:

$$E_c = \frac{1}{2} [J_v \Omega_1^2 + J_3 \Omega_3^2 + m_4 v_4^2 + J_1 \Omega_1^2 + m_2 v_A^2 + J_2 \Omega_2^2]$$

dove m_2, m_4, J_1, J_2, J_3 sono le masse ed i momenti d'inerzia (rispetto agli assi di rotazione) dei membri 2, 4 e 1, 2, 3 rispettivamente.

Si può scrivere:

$$E_c = \frac{1}{2} \left[J_v + J_3 \left(\frac{\Omega_3}{\Omega_1} \right)^2 + m_4 \left(\frac{v_4}{\Omega_1} \right)^2 + J_1 + m_2 \left(\frac{v_A}{\Omega_1} \right)^2 + J_2 \left(\frac{\Omega_2}{\Omega_1} \right)^2 \right] \cdot \Omega_1^2 = \frac{1}{2} J^* \Omega_1^2$$

dove J^* è il momento d'inerzia del meccanismo ridotto all'albero motore O_1 .
 Trascurando in prima approssimazione l'energia cinetica dei membri del meccanismo rispetto a quella del volano, si ha: $J^* = J_v$

L'equazione dell'energia del meccanismo, trascurando l'attrito, diventa:

$$L_m - L_r = \frac{1}{2} J^* \Delta \Omega_1^2 = \frac{1}{2} J^* (\Omega_1^2 - \Omega_0^2) \quad (L_m - L_r)_{\max} - (L_m - L_r)_{\min} = \frac{1}{2} J^* (\Omega_{1\max}^2 - \Omega_{1\min}^2)$$

ottenendo:

$$k = J^* \Omega_m^2 \delta \quad (1)$$

avendo posto:

$$\Omega_m = \frac{\Omega_{1\max} + \Omega_{1\min}}{2} \quad \delta = \frac{\Omega_{1\max}^2 - \Omega_{1\min}^2}{2\Omega_m^2}$$

$$k = (L_m - L_r)_{\max} - (L_m - L_r)_{\min} \quad (\text{v. fig. 4})$$

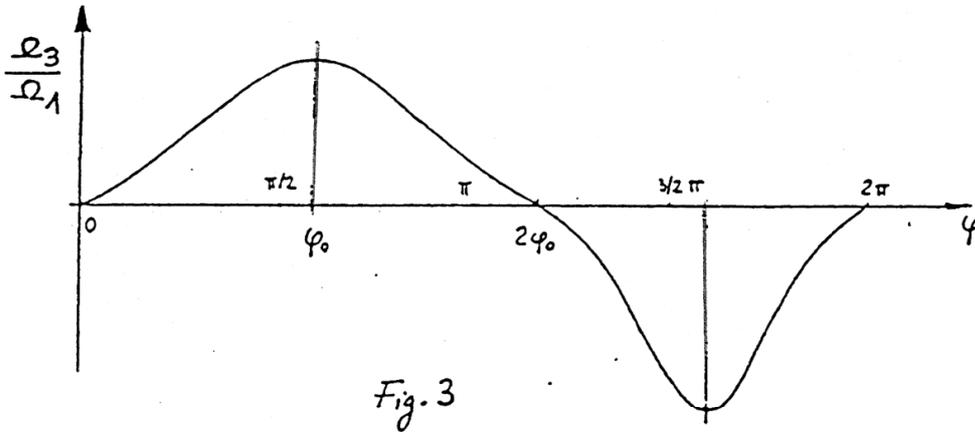


Fig. 3

Nota l'andamento del momento resistente durante il periodo (fig. 4) si ottiene l'andamento del lavoro resistente L_r (ad esempio integrando graficamente la funzione M_{r1}).

$$L_r = \int_0^{\varphi} M_{r1} \cdot d\varphi$$

Il lavoro resistente alla fine del periodo vale $L_r = \int_0^{2\pi} M_{r1} \cdot d\varphi$ ed è rappresentato dall'ordinata del diagramma (v. fig. 4) per $\varphi = 2\pi$.

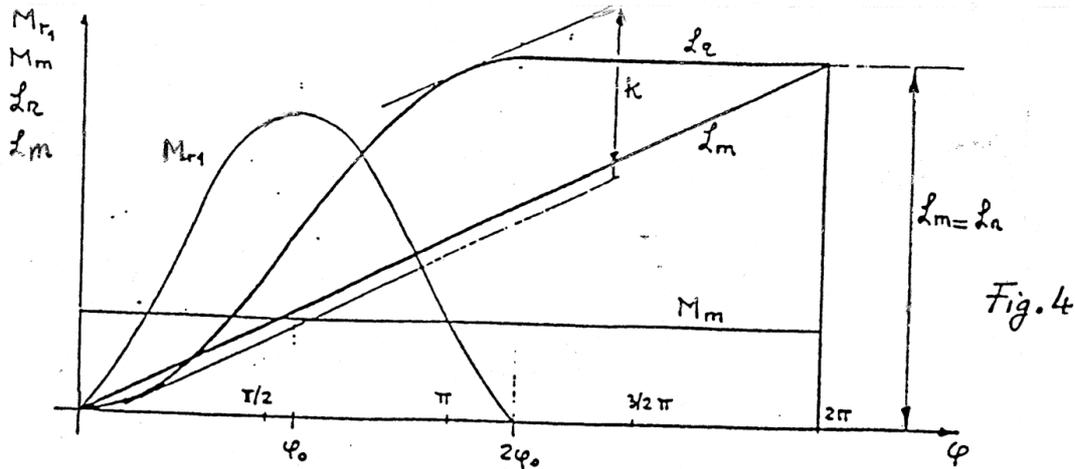
Essendo il sistema, per ipotesi, a regime, i lavori (motore e resistente), nulli all'inizio del periodo, devono essere uguali alla fine di questo. E' quindi noto il lavoro motore L_m che deve essere fornito in un periodo (uguale al lavoro resistente in un periodo). Avendo supposto che il momento motore M_m sia costante, essendo:

$$L_m = \int_0^{2\pi} M_m \cdot d\varphi$$

si ottiene il valore del momento motore

$$M_m = \frac{L_m}{2\pi} = \text{cost}$$

Graficamente si rileva il valore di k e dalla (1) si calcola il valore del momento d'inerzia del volano J_v .



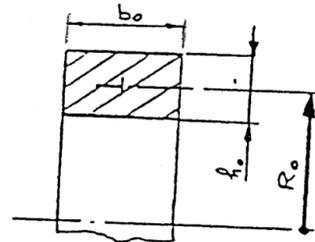
Dimensionamento del volano

Nota il momento d'inerzia J_v del volano e detti J_c , b_0 , h_0 , m , R_0 il momento d'inerzia, la base, l'altezza, la massa ed il raggio baricentrico della corona del volano, si può scrivere:

$$J_v = \alpha' \cdot J_c \quad \text{dove } J_c = m R_0^2 \quad \left[J_c = m \left(R_0^2 + \frac{h_0^2}{4} \right) \right]$$

$$J_v = \alpha' m R_0^2 = \alpha' 2\pi \cdot R_0 \cdot b_0 \cdot h_0 \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot R_0^2$$

$$J_v = 2\pi \frac{\alpha'}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot R_0^5 \quad (2) \quad \beta = \frac{R_0^2}{b_0 \cdot h_0} \quad (3)$$



γ = peso specifico del materiale con cui è costruito il volano
 α' è funzione di β secondo i valori riportati in tabella 1.

Si fissa un valore di β (β grande per volani slanciati, β piccolo per volani "tozzi" e più compatti, v. fig. 5). Dalla (2), fissato un valore di β che caratterizza la sezione della corona (resta fissato anche α' dalla tabella 1), si calcola R_0 e quindi dalla (3) si trova il prodotto $b_0 h_0$. Si definiscono poi i valori di b_0 ed h_0 a seconda del tipo di volano (β) scelto.

Sulla corona del volano, schematizzata da un anello sottile rotante con velocità periferica v , nasce una tensione normale periferica che vale:

$$\sigma_t = \frac{\gamma}{g} \cdot v^2 \leq \sigma_{amm} \quad (4)$$

Tale tensione deve essere minore della tensione normale ammissibile a trazione per il materiale di cui la corona è costituita. L'equazione (4) deve essere utilizzata come verifica nota che sia la velocità v , ovvero fornisce il valore limite superiore della velocità periferica della corona una volta che sia fissato il materiale della corona stessa.

TABELLA 1

β	12	20	50	53
α'	1,033	1,059	1,09	1,13

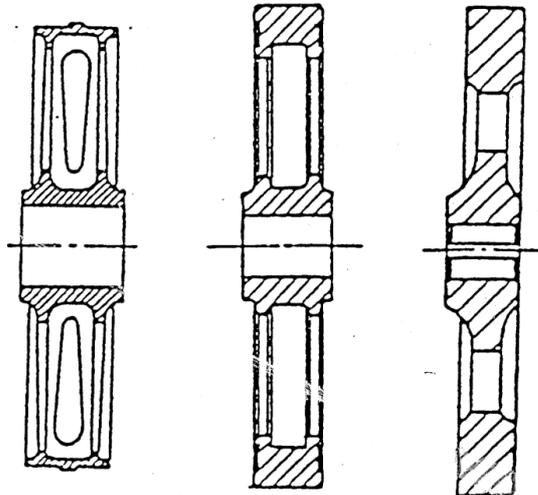
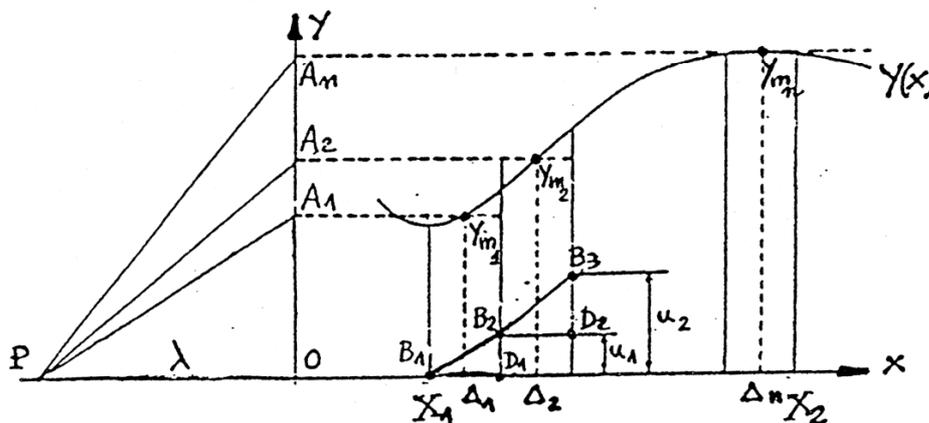


Fig. 5 - Tipi di volano.

Integrazione grafica

Sia assegnato il diagramma di una funzione $y=v(x)$ e se ne voglia eseguire l'integrazione nell'intervallo X_1-X_2 (vedi figura). Si suddivide l'intervallo in tanti (siano n) intervalli parziali $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$; dal punto di mezzo di ciascuno di tali intervalli si traccia una parallela all'asse delle ordinate, fino ad intersecare il diagramma della $y(x)$ nei punti di ordinate $y_{m1}, y_{m2}, \dots, y_{mn}$; si costruiscono quindi gli n rettangoli, di base $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$ e di altezza rispettivamente $y_{m1}, y_{m2}, \dots, y_{mn}$.



L'integrazione grafica permette ora di calcolare la somma algebrica delle aree di tali rettangoli; il risultato è perciò tanto meglio approssimato, quanto più l'area di questi rettangoli si avvicina all'area sottesa dal diagramma originale.

Come altezza dei rettangoli, anzichè l'ordinata del punto medio di ogni intervallo Δ_i , si può assumere la media aritmetica delle ordinate estreme dell'intervallo stesso: nei casi normali, la differenza effettiva fra i risultati ottenuti con i due metodi è minima. Dette $y_{11}, y_{12}; y_{21}, y_{22}; \dots, y_{n1}, y_{n2}$ le ordinate estreme dei vari intervalli, l'integrazione numerica si esegue calcolando la somma delle aree dei trapezi che si sono sostituiti al diagramma originale, cioè:

$$\int_{X_1}^{X_2} y dx \approx \sum_{i=1}^n \frac{y_{i1} + y_{i2}}{2} \Delta_i$$

Se gli intervalli Δ_i sono tutti uguali tra loro, il calcolo numerico risulta evidentemente semplificato.