

DIMENSIONAMENTO DI UN CUSCINETTO A LUBRIFICAZIONE  
IDRODINAMICA (DA RIPORTARE SUL QUADERNO)

Un cuscinetto del tipo specificato nei dati, funziona sotto un carico  $P$  ad una velocità di rotazione di  $N$  giri/min. Determinare i valori di:  $L, D, h_0, f, Q_s, T_f$ .

Elenco dei simboli

$P$ : carico sul cuscinetto (N)	$T_e$ : temperatura di entrata del lubrificante (K)
$N$ : velocità di rotaz. del perno (giri/min)	
$N'$ : velocità di rotaz. del perno (giri/s)	$T_f$ : temperatura di funzionamento (K)
$L$ : lunghezza del cuscinetto (mm)	$S$ : numero di Sommerfeld
$D$ : diametro del cuscinetto (mm)	$S=(\mu N'/p_m)(D/C)^2$
$C$ : gioco diametrale (mm)	$c$ : calore specifico del lubrificante
$h_0$ : altezza minima del meato (mm)	$c = 1700 \text{ J/kgK}$
$\mu$ : viscosità del lubrificante (Pa·s)	$O_e$ : portata di alimentazione (m <sup>3</sup> /s)
$p_m$ : pressione media (Pa) [ $p_m=P/LD$ ]	$\rho$ : massa volumica=830 kg/m <sup>3</sup>
$f$ : coefficiente di attrito	

Schema di calcolo

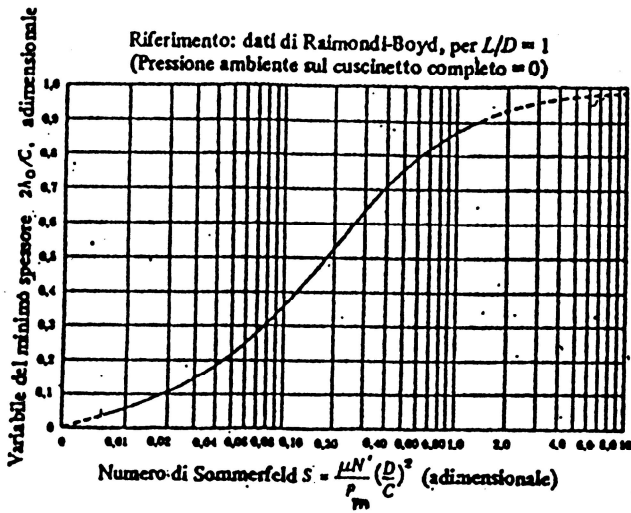
- 1) Vengono assegnati (vedi Tabella DATI) i valori della pressione media (o specifica) e della viscosità del lubrificante; fissato il valore del rapporto  $L/D$ , noto il carico  $P$ , si calcolano  $L$  e  $D$  (si prenda  $L/D=1$ ).
- 2) Fissato il rapporto  $D/C$  (di solito per questo tipo di cuscinetto:  $D/C=1000$ ), si calcola, essendo noto  $N$ , il numero di Sommerfeld.
- 3) Si determina il valore di  $h_0$  e si verifica che sia  $h_0 \geq 4+5 Ra$ . In caso contrario si diminuisce il valore di  $p_m$  e si ripete il calcolo (vedi Diagr.1).
- 4) Si determina il valore del coefficiente di attrito  $f$  (vedi Diagr.2).
- 5) Si determina il valore della portata  $Q_s$  (vedi Diagr.3 e 4).
- 6) Si determina l'aumento di temperatura  $\Delta T$  del lubrificante (vedi Diagr.5).
- 7) Si verifica che il calore generato  $H_g=fP\pi DN/60000$  (W) non sia maggiore della quantità di calore dissipata dal solo lubrificante  $H_d=\rho c Q_s \Delta T$ .

- 8) Nota la temperatura di entrata  $T_e$ , si calcola la temperatura di funzionamento del lubrificante  $T_f = T_e + (\Delta T/2)$ .
- 9) Si adotta il tipo di olio che alla temperatura  $T_f$  ha una viscosità uguale a  $\mu$  (oppure, fissato il tipo di olio, si determina il nuovo valore di  $\mu$  e si ripete il calcolo) (vedi Diagr.6).

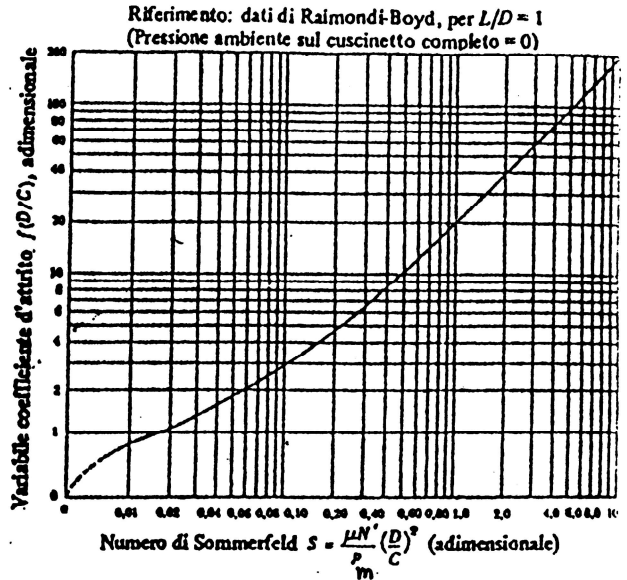
Dati

Somma ultime due cifre del N. matricola	0-4	5-8	9-12	13-15	16-18
$P$ (kN)	3,5	5,3	3	2,5	1,6
$N$ (rpm)	400	1000	600	900	500
$\mu$ (mPa·s)	15	12	10	18	20
$p_m$ (MPa)	0,6	2	1,2	1,8	1
$T_e$ (K)	330	320	340	335	325

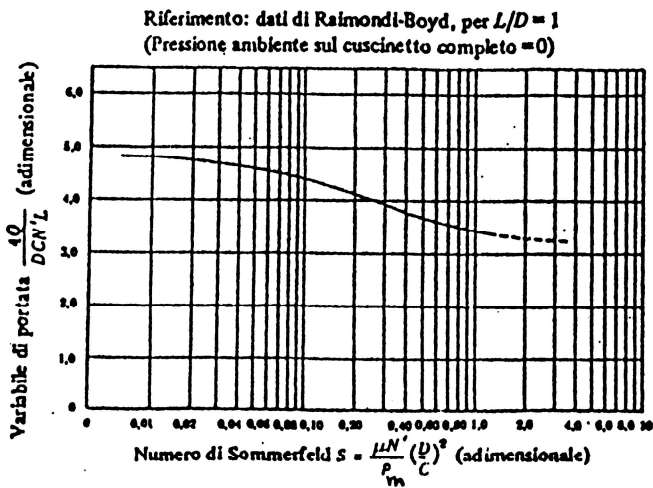
Diagrammi



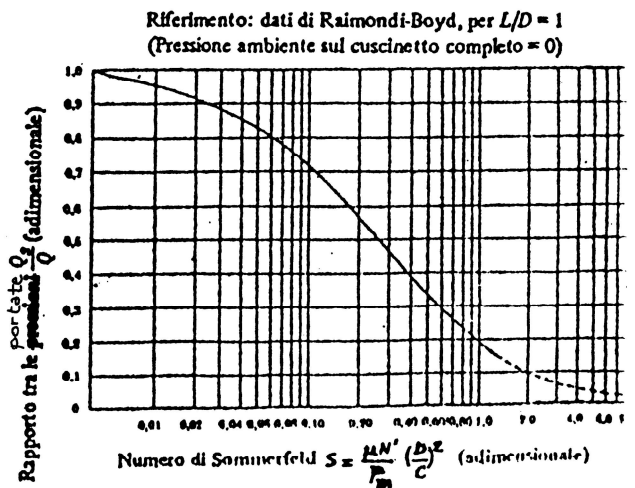
Diagr. 1



Diagr. 2



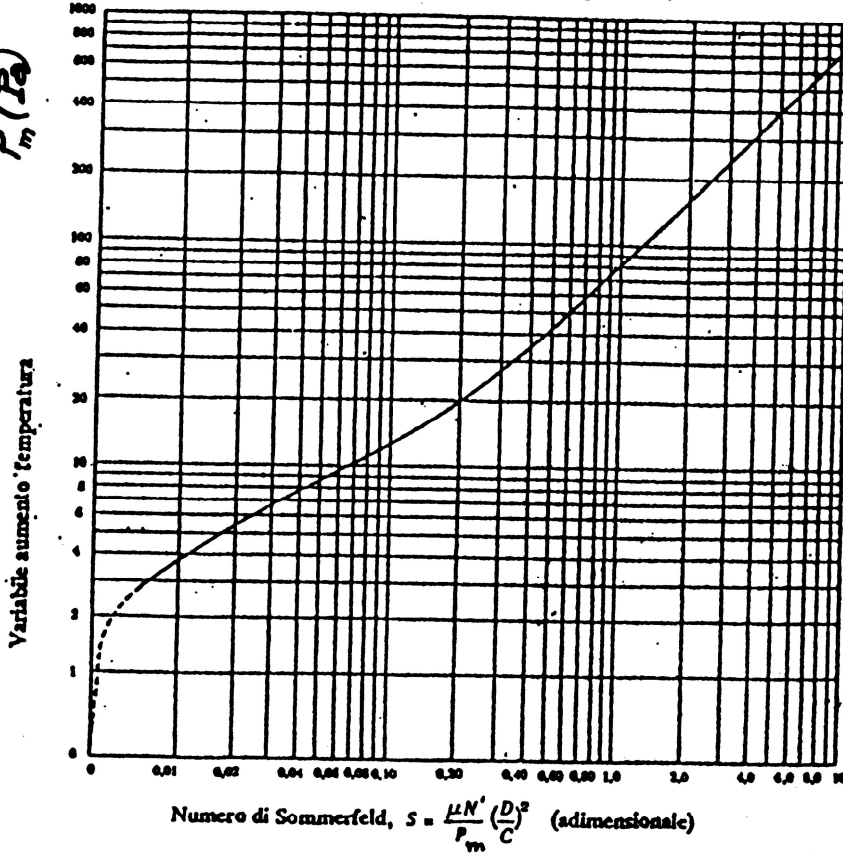
Diagr. 3



Diagr. 4

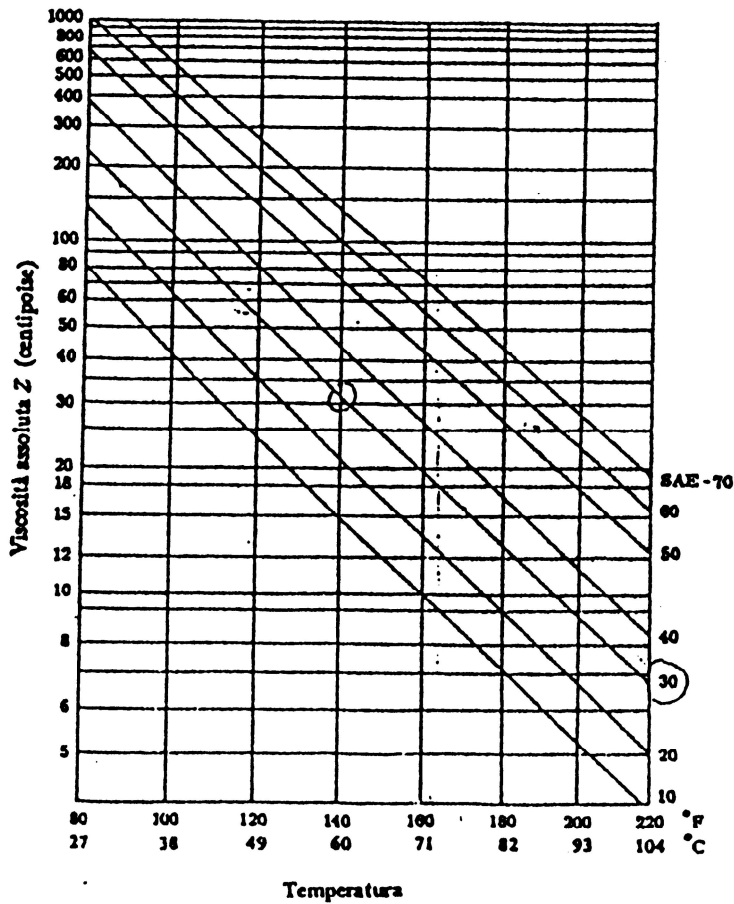
Riferimento: dati di Raimondi-Boyd, per  $L/D = 1$   
 (Pressione ambiente sul cuscinetto completo = 0)

$$13,91 \cdot 10^5 \frac{\Delta T (K)}{P_m (Pa)}$$



Diagr. 5

Olii SAE caratteristici  
 Viscosità assolute standard in funzione della temperatura



Diagr. 6

**Esempio**

Dati.

$$P = 3 \text{ kN}$$

$$N = 600 \text{ rpm}$$

$$\mu = 10 \text{ mPa}\cdot\text{s}$$

$$p_m = 1,2 \text{ MPa}$$

$$T_e = 340 \text{ K (= 67 } ^\circ\text{C)}$$

1. Fissato:  $\frac{L}{D} = 1$ .

$$\begin{cases} P = p_m L D \\ \frac{L}{D} = 1 \dots\dots \end{cases} \Rightarrow D = L = \sqrt{\frac{P}{p_m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^3 \text{ Nm}^2}{1,2 \cdot 10^6 \text{ N}}} = 0,05 \text{ m} = 50 \text{ mm}$$

2. Numero di Sommerfeld.

$$S = \frac{\mu N'}{p_m} \left( \frac{D}{C} \right)^2 \quad \text{con: } N' = \frac{600}{60} = 10 \frac{\text{giri}}{\text{s}}$$

$$S = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10}{1,2 \cdot 10^6} (10^3)^2 \frac{\text{Pa}\cdot\text{s}}{\text{Pa}\cdot\text{s}} = 0,0833$$

3. Determinazione di  $h_0$ .

Dal Diagr.1 per  $S = 0,0833$  si ha  $\frac{2h_0}{C} = 0,32$

$$\frac{D}{C} = 1000 \Rightarrow C = \frac{50}{1000} = 0,05 \text{ mm}$$

$$h_0 = 0,32 \frac{C}{2} = \frac{0,32 \cdot 0,05}{2} = 0,008 \text{ mm}$$

$$h_0 = 8 \mu\text{m}$$

Assumendo  $Ra = 0,8 \mu\text{m}$  (corrispondente a  $\nabla\nabla\nabla$ ) si ha:

$$5Ra = 5 \cdot 0,8 = 4 \mu\text{m} \text{ ed } \acute{e} \text{ quindi soddisfatta la condizione } h_0 \geq (4 + 5)Ra$$

4. Coefficiente d'attrito  $f$ .

Dal Diagr.2 per  $S = 0,0833$  si rileva  $f\left(\frac{D}{C}\right) = 2,6$

da cui:  $f = \frac{2,6}{1000} = 0,0026$

$f = 0,0026$

5. Determinazione della portata  $Q_s$ .

Dal Diagr. 3 si rileva la portata  $Q = Q' + Q_s$ . Per  $S = 0,0833$  si ha  $\frac{4Q}{DCN'L} = 4,4$ .

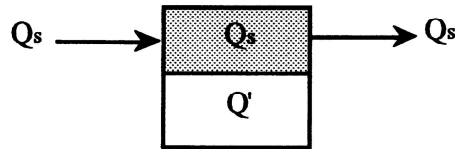
$$Q = \frac{4,4 \cdot 50 \cdot 0,05 \cdot 10 \cdot 50 \text{ mm}^3}{4 \text{ s}}$$

$$Q = 1375 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$$

Dal Diagr. 4 per  $S = 0,0833$  si ha:  $\frac{Q_s}{Q} = 0,75$ .

$$Q_s = 0,75Q = 0,75 \cdot 1375 = 1031,25 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$$

$$Q_s = 1031,25 \frac{\text{mm}^3}{\text{s}}$$



6. Aumento di temperatura del lubrificante.

Dal Diagr. 5 per  $S = 0,0833$  si ricava:  $13,91 \cdot 10^5 \frac{\Delta T}{P_m} = 11$

$$\Delta T = 11 \cdot \frac{1,2 \cdot 10^6}{13,91 \cdot 10^5} = 9,5 \text{ K}$$

7. Verifica che il calore generato sia minore del calore dissipato dal lubrificante.

Calore generato per attrito:

$$H_g = \frac{fP\pi DN}{60000} = \frac{0,0026 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 600}{60000}$$

$$H_g = 12,25 \text{ W}$$

Calore dissipato dal lubrificante:

$$H_d = \rho c Q_s \Delta T = 830 \cdot 1700 \cdot 1031,25 \cdot 9,5$$

$$H_d = 13,82 \text{ W}$$

è pertanto verificata la condizione  $H_d \geq H_g$ .

8. Temperatura di funzionamento del lubrificante.

$$T_f = T_e + \frac{\Delta T}{2} = 340 + \frac{9,5}{2} = 344,75\text{K}$$

$$T_f = 344,75 - 273,16 = 72^\circ\text{C}$$

Temperatura in gradi Fahrenheit.

$$t(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}t(^{\circ}\text{C}) + 32$$

$$t(^{\circ}\text{C}) = \frac{5}{9}[t(^{\circ}\text{F}) - 32]$$

$$T_f(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} \cdot 72 + 32 = 162^{\circ}\text{F}$$

9. Tipo di olio.

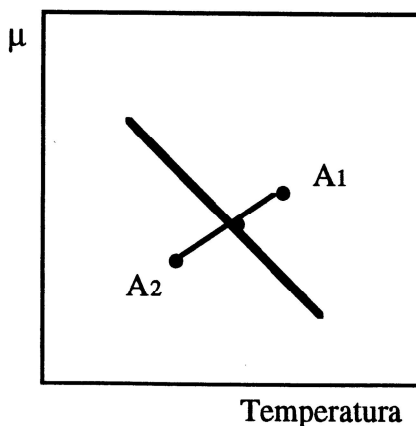
$$\mu = 10\text{mPa} \cdot \text{s} \quad \text{ricordando che } 1\text{Pa} \cdot \text{s} = 10\text{P} \quad (\text{P} = \text{Poise})$$

$$\mu = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10\text{P} = 0,1\text{P} = 10\text{cP}$$

Dal Diagr. 6 si rileva che l'olio SAE 10 soddisfa le condizioni richieste dal problema in esame.

Osservazione.

Se è assegnato il tipo di olio lubrificante, è nota la curva viscosità-temperatura del Diagr. 6. Non conoscendo inizialmente  $T_f$  si procede fissando un valore medio (nel meato)  $\mu_{m_1}$  di primo tentativo. Dal calcolo si ricava il valore  $T_{f_1}$ .



Nel Diagr. 6 il punto  $A_1 \equiv (T_{f_1}, \mu_{m_1})$  probabilmente non cadrà sulla curva caratteristica dell'olio in esame. Si assume come valore di secondo tentativo una viscosità  $\mu_{m_2}$  alla quale corrisponderà un valore della temperatura di funzionamento  $T_{f_2}$ . Alla coppia di valori  $(T_{f_2}, \mu_{m_2})$  corrisponderà il punto  $A_2$  nel Diagr. 6. Si congiungono i due punti  $A_1$  e  $A_2$ ; l'intersezione con la curva caratteristica dell'olio fornisce praticamente la soluzione cercata.

## 6.2 MISURA DELLA VISCOSITA'

### 6.2.1 Dimensioni e unità di misura della viscosità:

$$[\mu] = [ML^{-1}T^{-1}]$$

Tabella di conversione delle unità di misura della viscosità

$\mu$	Pa·s	kp·s·m <sup>-2</sup>	Poise	cP	Reyn
1 Pa·s	1	0,102	10	10 <sup>3</sup>	1,45·10 <sup>-4</sup>
1 kp·s·m <sup>-2</sup>	9,81	1	98,1	9,81·10 <sup>3</sup>	1,422·10 <sup>-3</sup>
1 Poise = 1 dyn·s·cm <sup>-2</sup>	0,1	1,02·10 <sup>-2</sup>	1	10 <sup>2</sup>	14,5·10 <sup>-6</sup>
1 Centipoise (cP)	10 <sup>-3</sup>	1,02·10 <sup>-4</sup>	10 <sup>-2</sup>	1	14,5·10 <sup>-8</sup>
1 Reyn = 1 lb·s·in <sup>-2</sup>	6,897·10 <sup>3</sup>	703,07	6,9·10 <sup>4</sup>	6,9·10 <sup>6</sup>	1

### 6.2.2 Dimensioni e unità di misura della viscosità cinematica:

$$[\nu] = [L^2T^{-1}]$$

1 Stokes (St) = 1 cm<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup> = 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>

1 centistokes (cSt) = 10<sup>-2</sup> St = 10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>

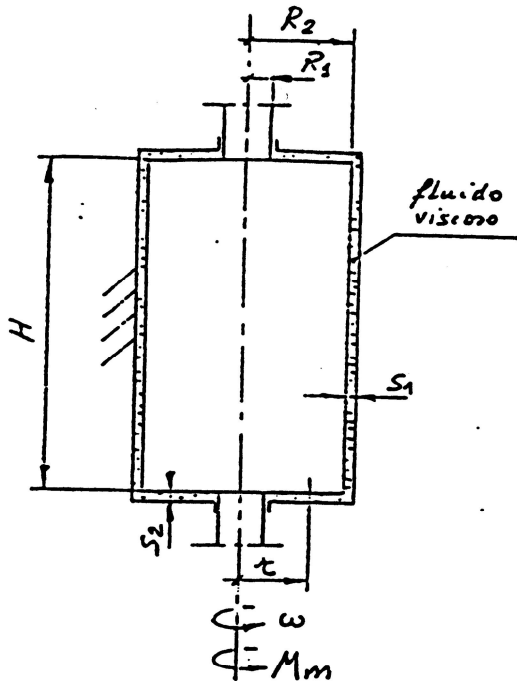
SAE viscosity number	Viscosity units	Viscosity range			
		at 0°F		at 210°F	
		min.	max.	min.	max.
5W	Centipoises	–	1200	3.9	–
10W	"	1200	2400	3.9	–
20W	"	2400	9600	3.9	–
20	Centistokes	–	–	5.7	9.6
30	"	–	–	9.6	12.9
40	"	–	–	12.9	16.8
50	"	–	–	16.8	22.7

Centistokes	Saybolt universal seconds	Redwood no. 1 seconds	Engler degrees
2	33	31	1.1
4	39	36	1.3
6	46	41	1.5
8	52	46	1.7
10	59	52	1.8
15	77	68	2.3
20	98	86	2.9
30	141	125	4.1



6.3 ESERCIZIO

Determinare la potenza necessaria a mantenere in rotazione con velocità angolare  $\omega$  costante, un rotore immerso in un fluido viscoso. Si consideri nota la geometria del sistema e la viscosità  $\mu$  del fluido.

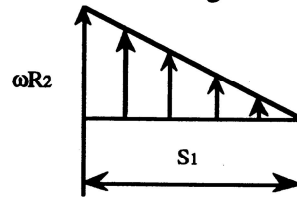


La coppia motrice  $M_m$  deve equilibrare la coppia resistente data dalla somma delle coppie  $M_{r_1}$  ed  $M_{r_2}$  dovute rispettivamente all'azione frenante del fluido sulla superficie laterale e sulle due estremità del rotore.

$$M_m = M_{r_1} + M_{r_2}$$

$$M_{r_1} = \tau 2\pi R_2^2 H \text{ con } \tau = \mu \frac{\omega R_2}{s_1}$$

$\tau$  = tensione tangenziale



$$M_{r_1} = \frac{2\pi\mu\omega R_2^3 H}{s_1}$$

$$M_{r_2} = 2 \int_{R_1}^{R_2} \tau 2\pi r^2 dr \quad \text{con } \tau = \mu \frac{\omega r}{s_2}$$

$$M_{r_2} = 4\pi \int_{R_1}^{R_2} \mu \frac{\omega r}{s_2} r^2 dr = \frac{4\pi\mu\omega}{s_2} \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr \quad \Rightarrow \quad M_{r_2} = \frac{\pi\mu\omega}{s_2} (R_2^4 - R_1^4)$$

$$M_m = \frac{2\pi\mu\omega H R_2^3}{s_1} + \frac{\pi\mu\omega}{s_2} (R_2^4 - R_1^4)$$

Ponendo:  $K_1 = \frac{2\pi\mu H R_2^3}{s_1}$   $K_2 = \frac{\pi\mu}{s_2} (R_2^4 - R_1^4)$

$$M_m = K_1 \omega + K_2 \omega \quad \text{indicando con } K = K_1 + K_2$$

$$M_m = K \omega \text{ cioè a parità di } \mu \Rightarrow M_m \propto \omega$$

La potenza N vale:  $N = M_m \omega = K \omega^2$